Teorema de Palomino o de Las Medias Parciales

Miguel Angel Palomino Meneses

October 2022

1 Introducción

Actualmente, nos encontramos en un proceso de recopilación de datos que apunta a enterrarnos en su volumen, cayendo en la inacción de poder exprimir el conocimiento que puedan contener. Sobretodo desde que el 'Internet de las cosas' pasó a ser la gran fuente de datos gracias a los sensores que nos permiten monitorizarlos.

Un gran paso para poder manejar estos volúmenes es la aparición de esta herramienta que nos permitirá, dentro de unas premisas, que el volumen ya no sea un obstáaculo para nuestros ordenadores personales.

Está claro que alrededor de esta herramienta caben tantos accesorios como nos permita el tipo de dato, como comparación de grupos, de medias, etc. Incluso no perder la sensibilidad de los datos aportados.

Con el descubrimiento de esta herramienta se sientan las bases para poder hacer manejable la ingente cantidad de datos gracias a los cálculos estadísticos consistentes matemáticamente.

2 Teorema de Palomino o de Las Medias Parciales

Si tenemos un grupo de n observaciones

$$x_1, x_2, x_3, ..., x_n$$

La media sería:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Si formamos k grupos de igual tamaño (m), donde (k = n / m), y calculamos las medias de cada grupo:

$$\overline{x_1} = \frac{\sum x_i}{m}$$

$$\overline{x_2} = \frac{\sum x_i}{m}$$

...

$$\overline{x_k} = \frac{\sum x_i}{m}$$

Podemos afirmar que la media total coincide con la media de las medias parciales calculadas.

O sea:

$$\overline{x} = \frac{\overline{x_1} + \overline{x_2} + ... + \overline{x_k}}{k}$$

3 Demostración

Sea

$$x_1, x_2, x_3, ..., x_n$$

Un grupo de datos sufientemente grande.

Calculamos su media:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Creamos k grupos de tamaño m de forma que

$$k = n/m$$

Calculamos las medias parciales de los k grupos:

$$\overline{x_1} = \frac{\sum x_i}{m}$$

$$\overline{x_2} = \frac{\sum x_i}{m}$$

...

$$\overline{x_k} = \frac{\sum x_i}{m}$$

Ahora realizamos la media de los k grupos de forma que

$$\overline{x} = \frac{\overline{x_1} + \overline{x_2} + ... + \overline{x_k}}{k}$$

Pero esto es igual a

$$= \frac{\frac{\sum x_i}{m} + \frac{\sum x_i}{m} + ... + \frac{\sum x_i}{m}}{k} =$$

Sacando factor común

$$1/m$$

$$= \frac{1/m * [\sum x_i + \sum x_i + ... + \sum x_i]}{k} =$$

$$= \frac{\sum x_i + \sum x_i + ... + \sum x_i}{m * k} =$$

Pero

$$n = m * k$$

Y en el numerador tenemos la suma de todas las observaciones.

$$= \frac{\sum x_i}{n} = \overline{x}$$

Y esto es la media de todas las observaciones.

QED